

## Задача 1

### РАСЧЁТ СТЕРЖНЕЙ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЁСТКОСТЬ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

#### Вариант 3

Даны схемы брусьев, работающих на растяжение или сжатие. Требуется построить эпюры продольных сил  $N$ . Затем проверить прочность ступенчатого бруса (принять  $F = 0,01C^2$ ,  $C$  взять из таблицы 1);

Построить эпюры перемещений поперечных сечений брусьев. Материал – сталь 3 ( $E = 2 \times 10^5$  МПа). Принять  $[\sigma] = 160$  МПа.

Исходные данные:  $F = 0,0009$  м<sup>2</sup>;  $P = 30$  кН;  $l = 0,12$  м;  $[\sigma] = 160$  МПа;  $E = 2 \times 10^5$  МПа.

1. Вычертим схему бруса в масштабе с указанием числовых значений размеров и действующих нагрузок (рисунок 1).

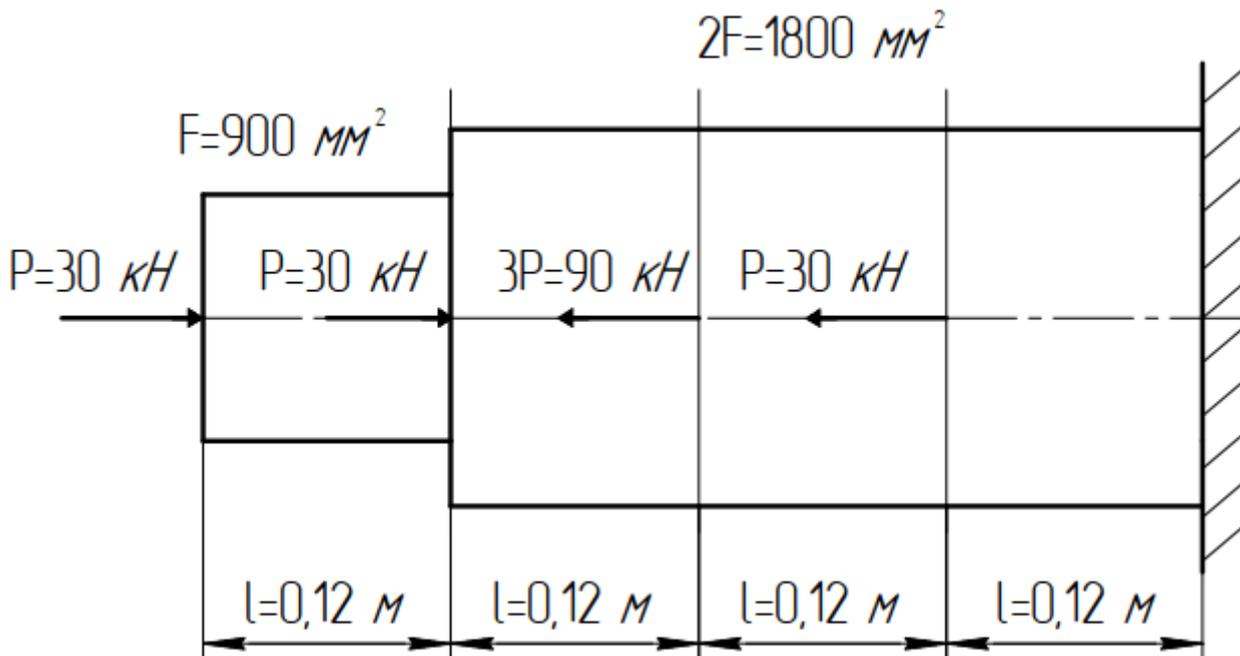


Рисунок 1 – Схема бруса

2. Разобьем брус на участки и пронумеруем их (рисунок 2).

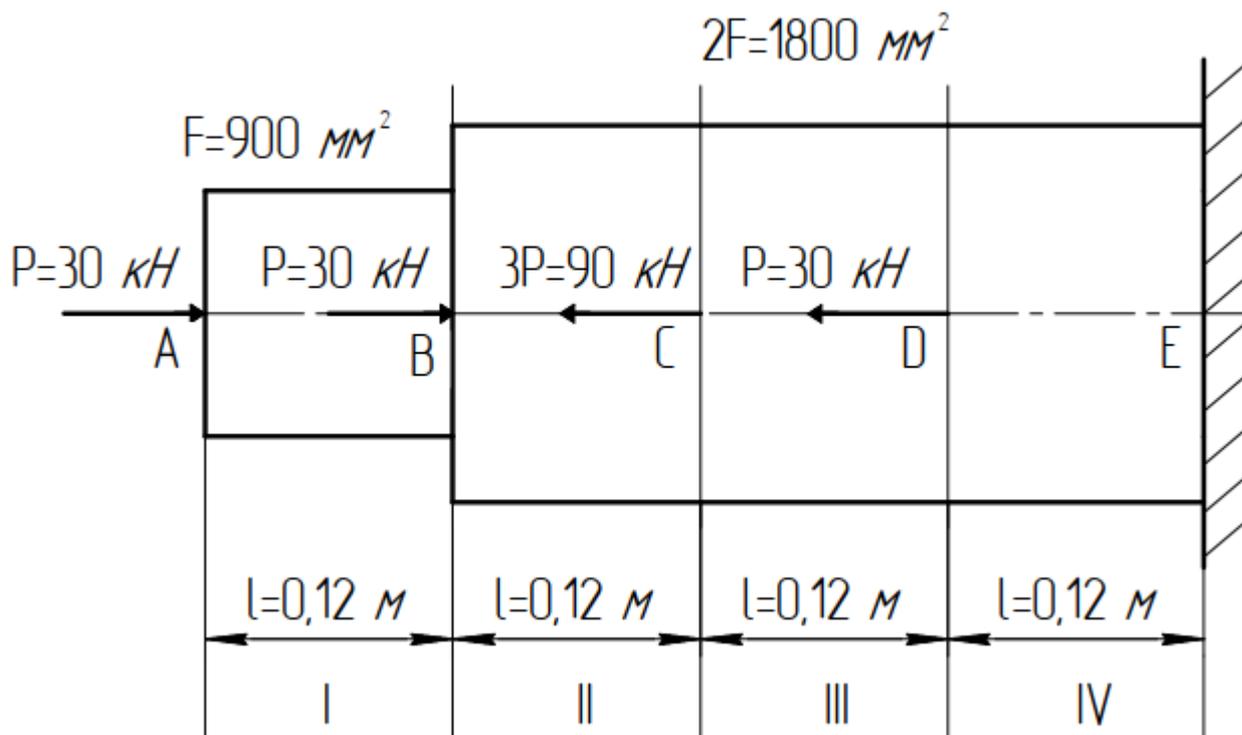


Рисунок 2 – Нумерация участков

3. Определим продольные силы.

Участок I:  $0 \leq z_1 \leq 0,12$ .

$$\sum F_{kz} = 0, \text{ или } -N_1 + P = 0, \text{ откуда } N_1 = P = 30 \text{ кН}.$$

Участок II:  $0,12 \leq z_2 \leq 0,24$ .

$$\sum F_{kz} = 0, \text{ или } -N_2 + 2P = 0, \text{ откуда } N_2 = 2P = 2 \cdot 30 = 60 \text{ кН}.$$

Участок III:  $0,24 \leq z_3 \leq 0,36$ .

$$\sum F_{kz} = 0, \text{ или } -N_3 - P = 0, \text{ откуда } N_3 = -P = -30 \text{ кН}.$$

Участок IV:  $0,36 \leq z_4 \leq 0,48$ .

$$\sum F_{kz} = 0, \text{ или } -N_4 - 2P = 0, \text{ откуда } N_4 = -2P = -2 \cdot 30 = -60 \text{ кН}.$$

По полученным значениям стоим эпюру продольных сил (рисунок 3).

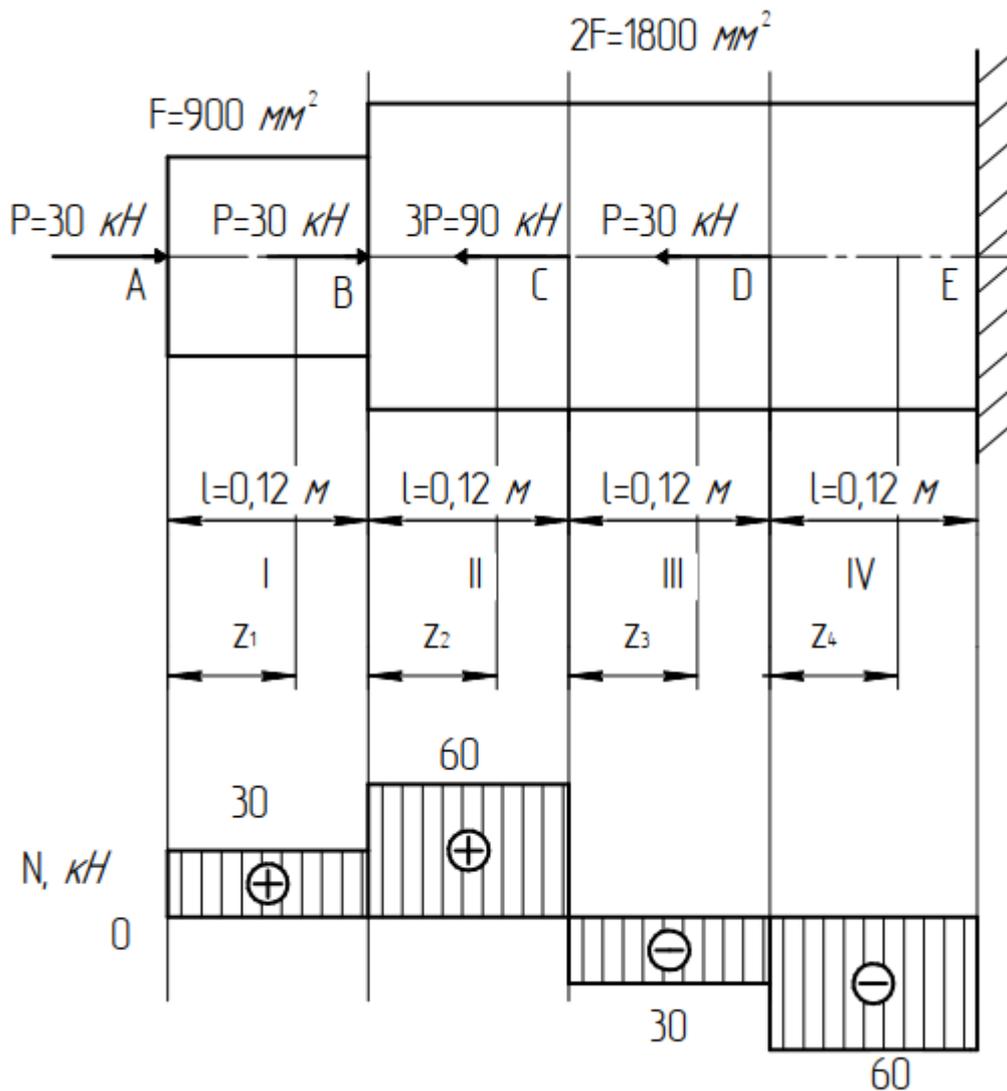


Рисунок 3 – Эпюра продольных сил

4. Нормальные напряжения на участке  $AB$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F} = \frac{30 \cdot 10^3}{900} = 33,3 \text{ МПа.}$$

Нормальные напряжения на участке  $BC$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{2F} = \frac{60 \cdot 10^3}{1800} = 33,3 \text{ МПа.}$$

Нормальные напряжения на участке  $CD$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{2F} = \frac{-30 \cdot 10^3}{1800} = -16,7 \text{ МПа.}$$

Нормальные напряжения на участке  $DE$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{2F} = \frac{-60 \cdot 10^3}{1800} = -33,3 \text{ МПа}.$$

Проверим брус на прочность:

$$\sigma_{max} \leq [\sigma],$$

$$33,3 \leq 160.$$

Из результата можем сделать вывод, что брус прочный.

5. По полученным значениям строим эпюру нормальных напряжений (рисунок 4).

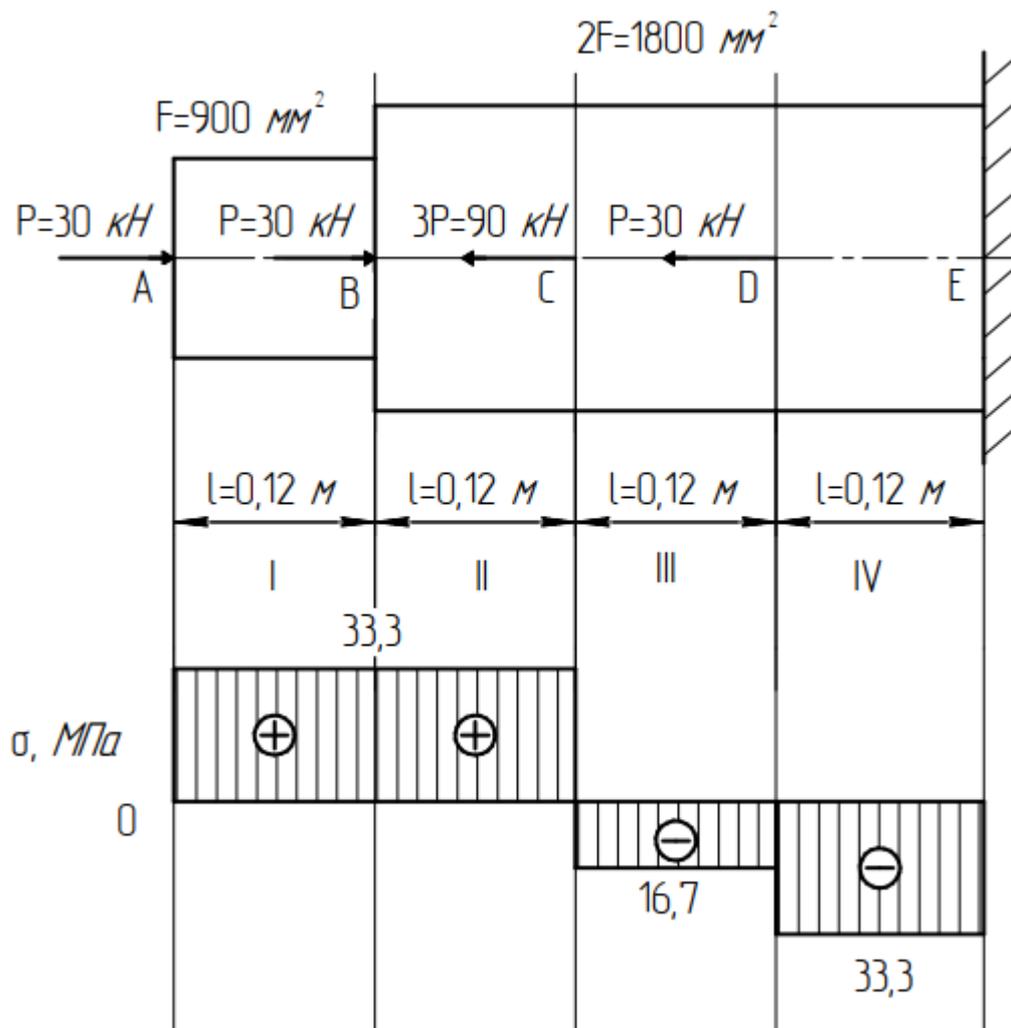


Рисунок 4 – Эпюры нормальных напряжений

6. Вычислим абсолютные деформации участков.

Деформация участка AB:

$$\Delta l_{AB} = \frac{N_1 \cdot l}{E \cdot F} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 120}{2 \cdot 10^5 \cdot 900} = 0,02 \text{ мм}.$$

Деформация участка  $BC$ :

$$\Delta l_{BC} = \frac{N_2 \cdot l}{E \cdot 2F} = \frac{60 \cdot 10^3 \cdot 120}{2 \cdot 10^5 \cdot 1800} = 0,02 \text{ мм.}$$

Деформация участка  $CD$ :

$$\Delta l_{CD} = \frac{N_3 \cdot l}{E \cdot 2F} = \frac{-30 \cdot 10^3 \cdot 120}{2 \cdot 10^5 \cdot 1800} = -0,01 \text{ мм.}$$

Деформация участка  $DE$ :

$$\Delta l_{DE} = \frac{N_4 \cdot l}{E \cdot 2F} = \frac{-60 \cdot 10^3 \cdot 120}{2 \cdot 10^5 \cdot 1800} = -0,02 \text{ мм.}$$

7. Т.к. точка  $E$  жестко закреплена, то перемещение сечения  $E$

$$\Delta l_E = 0.$$

Перемещение сечения  $D$

$$\Delta l_D = \Delta l_E + \Delta l_{DE} = 0 - 0,02 = -0,02 \text{ мм.}$$

Перемещение сечения  $C$

$$\Delta l_C = \Delta l_D + \Delta l_{CD} = -0,02 - 0,01 = -0,03 \text{ мм.}$$

Перемещение сечения  $B$

$$\Delta l_B = \Delta l_C + \Delta l_{BC} = -0,03 + 0,02 = -0,01 \text{ мм.}$$

Перемещение сечения  $A$

$$\Delta l_A = \Delta l_B + \Delta l_{AB} = -0,01 + 0,02 = 0,01 \text{ мм.}$$

По полученным значениям стоим эпюру перемещений поперечных сечений балки (рисунок 5).

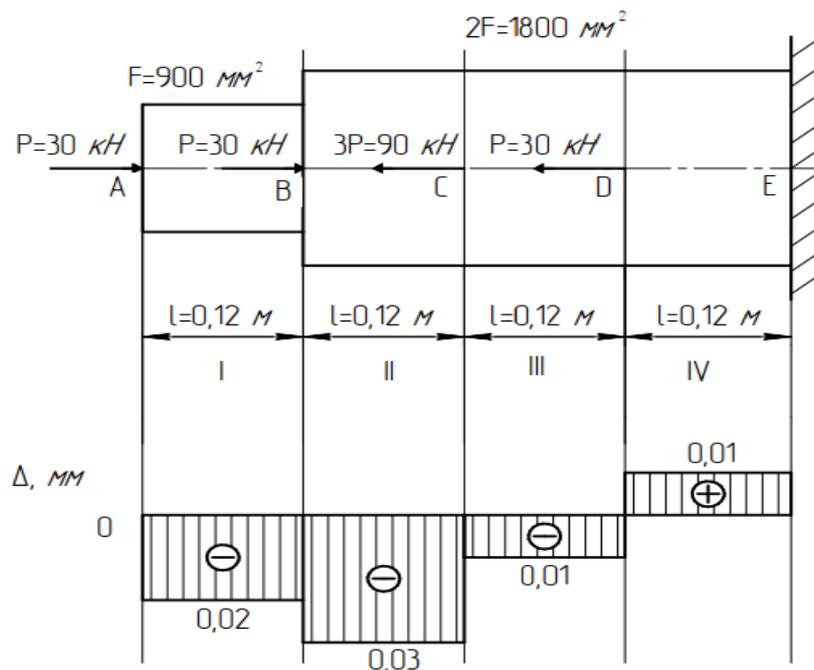


Рисунок 5 – Эпюра перемещений поперечных сечений

## Задача 2

### РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ БАЛКИ НА ДВУХ ОПОРАХ Вариант 3

Для балки на двух опорах построить эпюры  $Q$  и  $M$ . Подобрать двутавровое, кольцевое, прямоугольное, круглое сечения балок. Двутавровое сечение проверить на жесткость.

Исходные данные:  $P = 30$  кН;  $q = 30$  кН/м;  $a = 2$  м;  $[\sigma] = 160$  МПа;  $[\tau] = 100$  МПа;  $d/D = 0,9$ ;  $h/b = 2$ .

1. Вычертим схему балки и расставим реакции связей (рисунок 6).

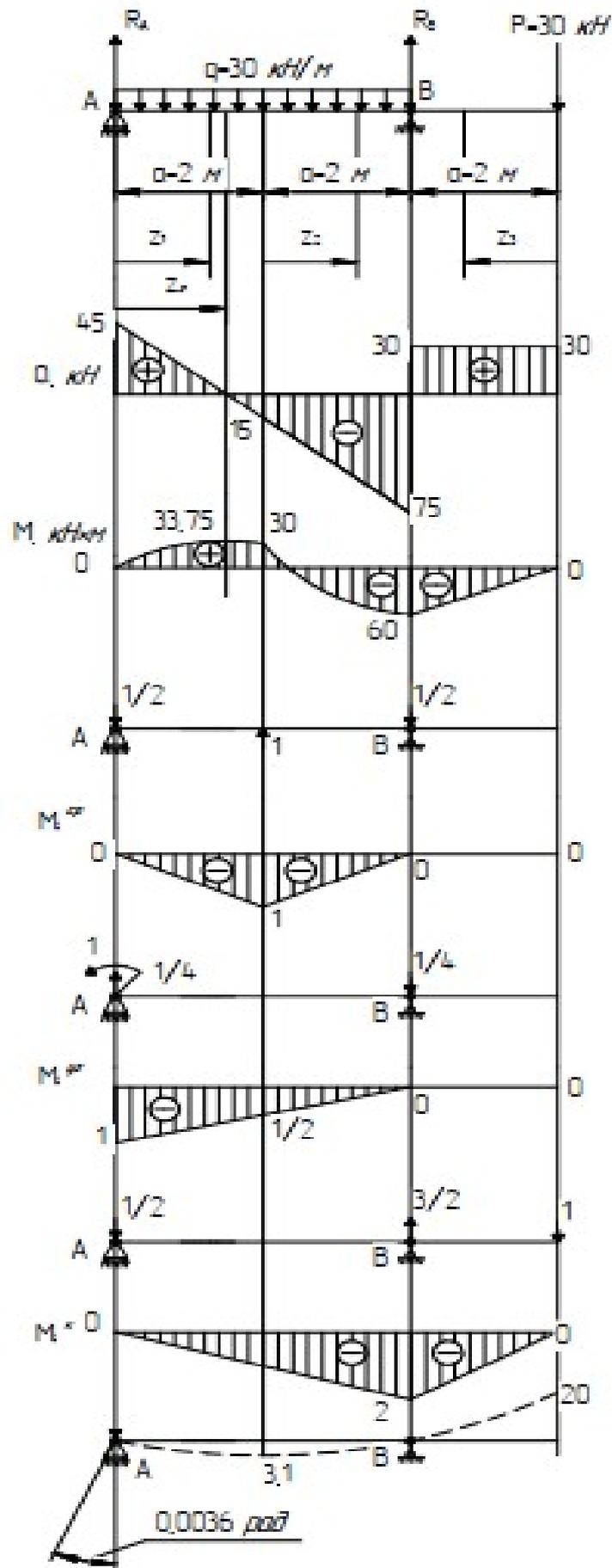


Рисунок 6 – Схема балки и эпюры

## 2. Определение реакций связей

$$\begin{aligned}\sum Y_i &= 0; R_A + R_B - q \cdot 4 - P = 0, \\ \sum m_A(F_i) &= 0; R_B \cdot 4 - q \cdot 4 \cdot 2 - P \cdot 6 = 0, \\ R_B &= \frac{q \cdot 4 \cdot 2 + P \cdot 6}{4} = \frac{30 \cdot 4 \cdot 2 + 30 \cdot 6}{4} = 105 \text{ кН}, \\ R_A &= -R_B + q \cdot 4 + P = -105 + 30 \cdot 4 + 30 = 45 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Проверка:

$$\sum m_B(F_i) = -R_A \cdot 4 + q \cdot 4 \cdot 2 - P \cdot 2 = -45 \cdot 4 + 30 \cdot 4 \cdot 2 - 30 \cdot 2 = 0.$$

## 3. Построение эпюр Q и M.

Для основного нагруженного состояния разобьем балку на три участка для удобства определения прогиба в середине пролета интегралом Мора.

Участок 1:  $0 \leq z_1 \leq 2$  м.

$$\begin{aligned}Q_1(z_1) &= R_A - q \cdot z_1, \\ Q_1(0) &= 45 - 30 \cdot 0 = 45 \text{ кН}, \\ Q_1(2) &= 45 - 30 \cdot 2 = -15 \text{ кН}, \\ 0 &= R_A - q \cdot z_3, \\ z_3 &= \frac{R_A}{q} = \frac{45}{30} = 1,5 \text{ м}, \\ M_1(z_1) &= R_A \cdot z_1 - \frac{q \cdot z_1^2}{2}, \\ M_1(0) &= 45 \cdot 0 - \frac{30 \cdot 0^2}{2} = 0, \\ M_1(1,5) &= 45 \cdot 1,5 - \frac{30 \cdot 1,5^2}{2} = 33,75 \text{ кН} \cdot \text{м}, \\ M_1(2) &= 45 \cdot 2 - \frac{30 \cdot 2^2}{2} = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}.\end{aligned}$$

Участок 2:  $0 \leq z_2 \leq 2$  м.

$$\begin{aligned}Q_2(z_2) &= R_A - q \cdot (2 + z_2), \\ Q_2(0) &= 45 - 30 \cdot 2 = -15 \text{ кН}, \\ Q_2(2) &= 45 - 30 \cdot 4 = -75 \text{ кН}, \\ M_2(z_2) &= R_A \cdot (2 + z_2) - \frac{q \cdot (2 + z_2)^2}{2}, \\ M_2(0) &= 45 \cdot 2 - \frac{30 \cdot 2^2}{2} = 30 \text{ кН} \cdot \text{м},\end{aligned}$$

$$M_2(2) = 45 \cdot 4 - \frac{30 \cdot 4^2}{2} = -60 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок 3:  $0 \leq z_3 \leq 2 \text{ м}$ .

$$Q_3(z_3) = P = 30 \text{ кН},$$

$$M_3(z_3) = -P \cdot z_3,$$

$$M_3(0) = -30 \cdot 0 = 0,$$

$$M_3(2) = -30 \cdot 2 = -60 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

#### 4. Подбор сечений.

Из эпюр изгибающих моментов и поперечных сил находим максимальные по модулю значения:

$$M_{x \max} = 60 \text{ кН} \cdot \text{м}; Q_{x \max} = 75 \text{ кН}.$$

Условие прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{W_x} \leq [\sigma].$$

1) Двутавровое сечение.

$$W_x \geq \frac{M_{x \max}}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,375 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 375 \text{ см}^3.$$

Выбираем из сортамента двутавр № 27а.

$$F_{\text{дв}} = 43,2 \text{ см}^2; S_x^{\text{дв}} = 229 \text{ см}^3; W_x^{\text{дв}} = 407 \text{ см}^3; I_x^{\text{дв}} = 5500 \text{ см}^4.$$

2) Кольцевое сечение ( $d/D = 0,9$ ).

$$W_x^{\text{кол}} = \frac{I_x^{\text{кол}}}{y_{\max}} = \frac{I_x^{\text{кол}}}{D/2};$$

$$I_x^{\text{кол}} = \frac{\pi D^4}{64} \cdot (1 - C^4), \text{ где } C = \frac{d}{D}.$$

$$W_x^{\text{кол}} = \frac{\pi D^3}{32} \cdot (1 - C^4);$$

$$\frac{\pi D^3}{32} \cdot (1 - C^4) \geq \frac{M_{x \max}}{[\sigma]};$$

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{x \max}}{\pi [\sigma] (1 - C^4)}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 60 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 160 \cdot 10^6 \cdot (1 - 0,9^4)}} = 22,32 \text{ см}.$$

Принимаем  $D = 22,4 \text{ см}$ .

$$d = 0,9 \cdot D = 0,9 \cdot 22,4 = 20,16 \text{ см}.$$

Принимаем  $d = 20,1 \text{ см}$ .

$$F_{\text{кол}} = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{3,14}{4}(22,4^2 - 20,1^2) = 76,8 \text{ см}^2;$$

$$I_x^{\text{кол}} = \frac{\pi D^4}{64} \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right) = \frac{3,14 \cdot 22,4^4}{64} \cdot \left(1 - \left(\frac{20,1}{22,4}\right)^4\right) = 4346 \text{ см}^4;$$

$$W_x^{\text{кол}} = \frac{I_x^{\text{кол}}}{D/2} = \frac{4346}{22,4/2} = 388 \text{ см}^3.$$

3) Прямоугольное сечение ( $h/b = 2$ ).

$$I_x^{\text{np}} = \frac{b \cdot h^3}{12};$$

$$W_x^{\text{np}} = \frac{I_x^{\text{np}}}{y_{\text{max}}} = \frac{b \cdot h^3 / 12}{h/2} = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{h^3}{12}.$$

Так как  $b = h/2$

$$\frac{h^3}{12} \geq \frac{M_{x\text{max}}}{[\sigma]};$$

$$h \geq \sqrt[3]{\frac{12 M_{x\text{max}}}{[\sigma]}} = \sqrt[3]{12 \cdot 375} = 16,509 \text{ см}.$$

Принимаем  $h = 16,5$  (см).

Тогда  $b = h/2 = 16,5/2 = 8,25$  см, принимаем  $b = 8,3$  см.

$$F_{\text{np}} = b \cdot h = 8,3 \cdot 16,5 = 142 \text{ см}^2;$$

$$I_x^{\text{np}} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{8,3 \cdot 16,5^3}{12} = 3107 \text{ см}^4;$$

$$W_x^{\text{np}} = \frac{I_x^{\text{np}}}{h/2} = \frac{3107}{16,5/2} = 377 \text{ см}^3.$$

4) Круглое сечение.

$$I_x^{\text{кр}} = \frac{\pi \cdot D^4}{64};$$

$$W_x^{\text{кр}} = \frac{I_x^{\text{кр}}}{y_{\text{max}}} = \frac{I_x^{\text{кр}}}{D/2} = \frac{\pi \cdot D^3}{32};$$

$$\frac{\pi \cdot D^3}{32} \geq \frac{M_{x\text{max}}}{[\sigma]};$$

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{x\text{max}}}{\pi [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 375}{3,14}} = 15,63 \text{ см}.$$

Принимаем  $D = 15,7$  см.

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 15,7^2}{4} = 194 \text{ см}^2;$$

$$I_x^{kp} = \frac{\pi \cdot D^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 15,7^4}{64} = 2982 \text{ см}^4;$$

$$W_x^{kp} = \frac{I_x^{kp}}{D/2} = \frac{2982}{15,7/2} = 380 \text{ см}^3.$$

5. Построение эпюр  $\sigma$  и  $\tau$ .

1) Двутавровое сечение:

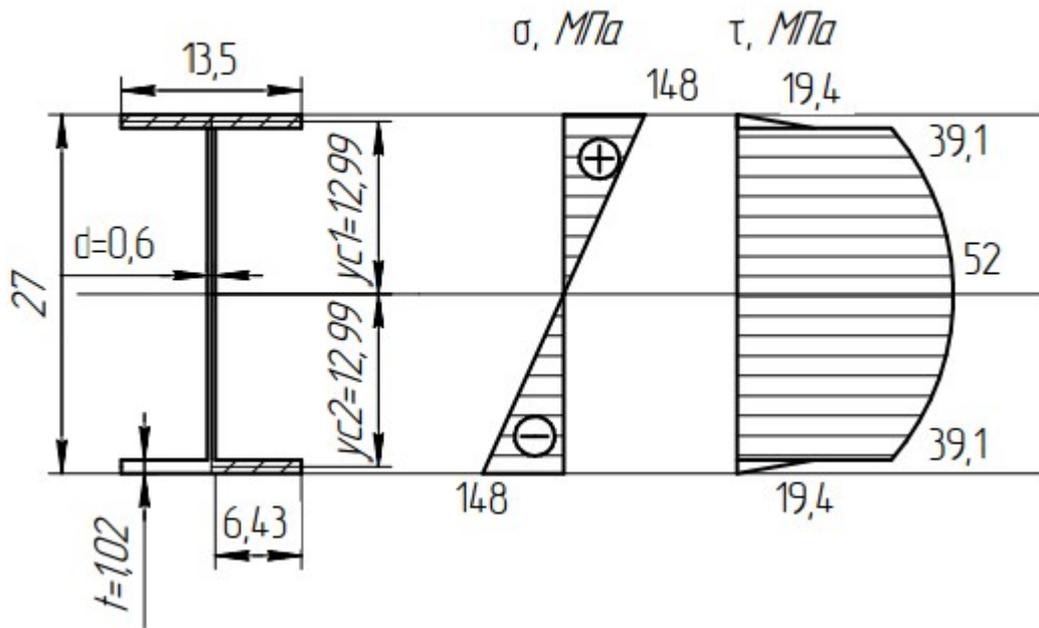


Рисунок 7 – Эпюры напряжений для двутаврового сечения

$$\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{W_x^{\partial\sigma}} = \frac{60 \cdot 10^3}{407 \cdot 10^{-6}} \cdot 10^{-6} = 148 \text{ МПа};$$

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot S_x}{d \cdot I_x^{\partial\sigma}} = \frac{75 \cdot 10^3 \cdot 229 \cdot 10^{-6}}{0,6 \cdot 10^{-2} \cdot 5500 \cdot 10^{-8}} \cdot 10^{-6} = 52 \text{ МПа};$$

$$\tau_{cm} = \frac{Q_{max} \cdot S_x^{omc.1}}{d \cdot I_x^{\partial\sigma}} = \frac{Q_{max} \cdot t \cdot b \cdot y_{c1}}{d \cdot I_x^{\partial\sigma}} = \frac{75 \cdot 10^3 \cdot 1,02 \cdot 13,5 \cdot 12,99 \cdot 10^{-6}}{0,6 \cdot 10^{-2} \cdot 5500 \cdot 10^{-8}} \cdot 10^{-6} = 39,1 \text{ МПа};$$

$$\tau_{пол} = \frac{Q_{max} \cdot S_x^{omc.2}}{d \cdot I_x^{\partial\sigma}} = \frac{Q_{max} \cdot t \cdot \left(\frac{b}{2} - \frac{d}{2}\right) \cdot y_{c2}}{d \cdot I_x^{\partial\sigma}} = \frac{75 \cdot 10^3 \cdot 1,02 \cdot 6,43 \cdot 12,99 \cdot 10^{-6}}{0,6 \cdot 10^{-2} \cdot 5500 \cdot 10^{-8}} \cdot 10^{-6} = 19,4 \text{ МПа}.$$

2) Кольцевое сечение:

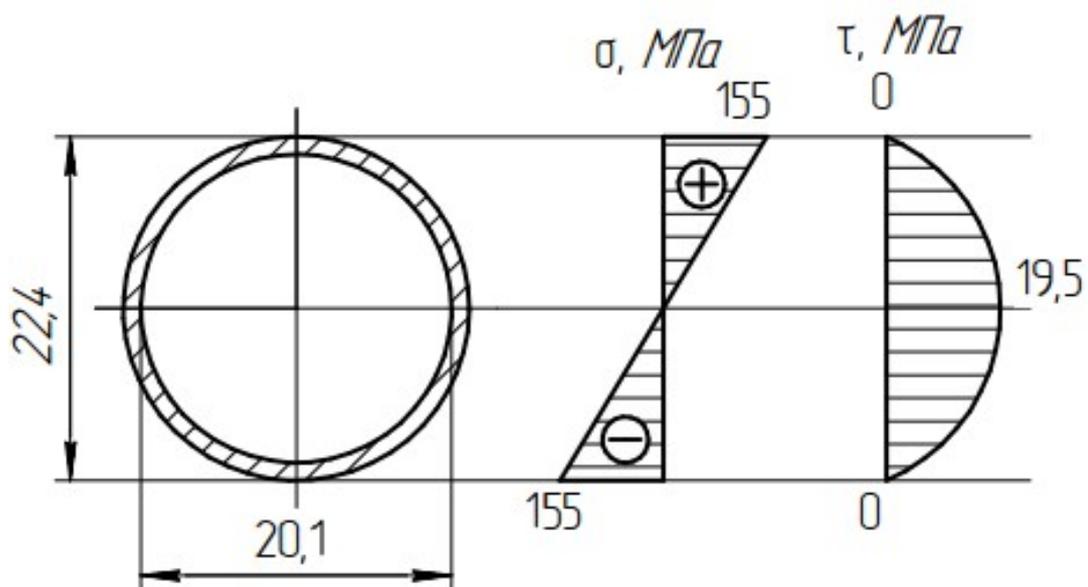


Рисунок 8 – Эпюры напряжений для кольцевого сечения

$$\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{W_x^{кол}} = \frac{60 \cdot 10^3}{388 \cdot 10^{-6}} \cdot 10^{-6} = 155 \text{ МПа};$$

$$\tau_{max} = 2 \cdot \frac{Q_{max}}{F_{кол}} = 2 \cdot \frac{75 \cdot 10^3}{76,8 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 19,5 \text{ МПа}.$$

3) Прямоугольное сечение:

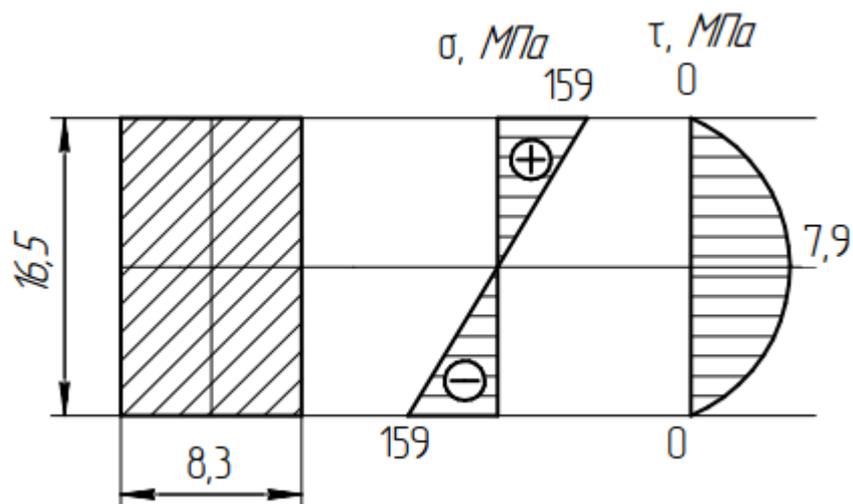


Рисунок 9 – Эпюры напряжений для прямоугольного сечения

$$\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{W_x^{np}} = \frac{60 \cdot 10^3}{377 \cdot 10^{-6}} \cdot 10^{-6} = 159 \text{ МПа};$$

$$\tau_{max} = \frac{3 \cdot Q_{max}}{2 \cdot F_{np}} = \frac{3 \cdot 75 \cdot 10^3}{2 \cdot 142 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 7,9 \text{ МПа}.$$

4) Круглое сечение:

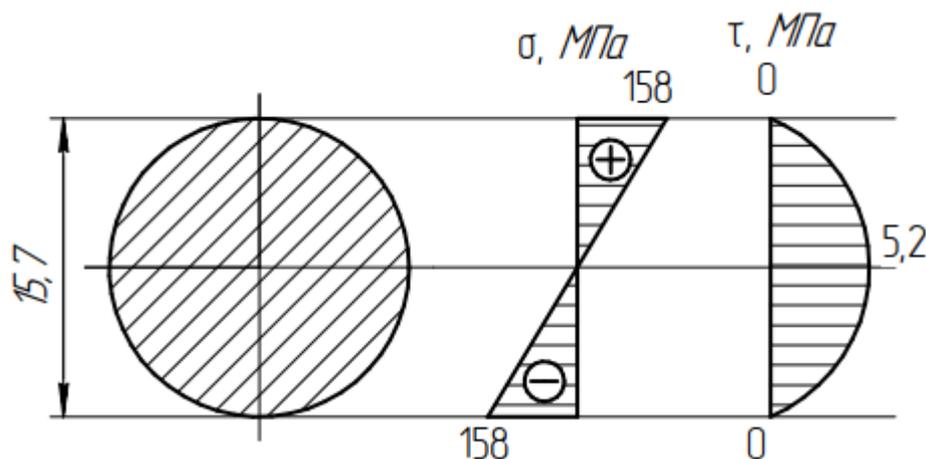


Рисунок 10 – Эпюры напряжений для круглого сечения

$$\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{W_x^{kp}} = \frac{60 \cdot 10^3}{380 \cdot 10^{-6}} \cdot 10^{-6} = 158 \text{ МПа};$$

$$\tau_{max} = \frac{4 \cdot Q_{max}}{3 \cdot F_{kp}} = \frac{4 \cdot 75 \cdot 10^3}{3 \cdot 194 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 5,2 \text{ МПа}.$$

6. Сравнительная оценка сечений по отношению к двутавровому.

$$K_1 = \frac{F_{кол}}{F_{де}} = \frac{76,8}{43,2} = 1,78;$$

$$K_2 = \frac{F_{np}}{F_{де}} = \frac{142}{43,2} = 3,29;$$

$$K_3 = \frac{F_{kp}}{F_{де}} = \frac{194}{43,2} = 4,49.$$

7. Определение прогиба в середине пролета  $\Delta_C$  и угла поворота  $\theta_A$  на левой опоре.

1) Определение прогиба в середине пролета  $\Delta_C$ .

Для определения прогиба необходимо построить единичную эпюру  $\overline{M}_i^{cp}$  от единичной силы.

$$R_A = R_B = \frac{P}{2} = \frac{1}{2}.$$

Участок 1:  $0 \leq z_1 \leq 2$  м.

$$\overline{M}_1^{cp}(z_1) = -R_A \cdot z_1 = \frac{-1}{2} \cdot z_1,$$

$$\overline{M}_1^{cp}(0) = 0,$$

$$\overline{M}_1^{cp}(2) = -1.$$

Участок 2:  $0 \leq z_2 \leq 2$  м.

$$\overline{M}_2^{cp}(z_2) = -R_A \cdot (2 + z_2) + 1 \cdot z_2 = -1 + \frac{1}{2} \cdot z_2,$$

$$\overline{M}_2^{cp}(0) = -1,$$

$$\overline{M}_2^{cp}(2) = 1.$$

Участок 3:  $0 \leq z_3 \leq 2$  м.

$$\overline{M}_3^{cp}(z_3) = 0.$$

Интеграл Мора:

$$\Delta_C \cdot EI_x^{\partial \delta} = \int_l M_k \cdot \overline{M}_i^{cp} dz = i \int_0^2 (45z - 15z^2) \cdot \left( \frac{-1}{2} \cdot z \right) dz + \int_0^2 (30 - 15z - 15z^2) \cdot \left( -1 + \frac{1}{2} \cdot z \right) dz = i \int_0^2 (-22,5z^2 + 15z - 15z^3) dz = -22,5 \cdot \frac{z^3}{3} + 15 \cdot \frac{z^2}{2} - 15 \cdot \frac{z^4}{4} \Big|_0^2 = -22,5 \cdot \frac{8}{3} + 15 \cdot \frac{4}{2} - 15 \cdot \frac{16}{4} = -60 + 30 - 60 = -90.$$

$$\Delta_C = \frac{-100 \kappa H \cdot M^3}{EI_x^{\partial \delta}} = \frac{-100 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 5500 \cdot 10^{-8}} = -0,0091 \text{ м} = -3,1 \text{ мм}$$

2) Определение угла поворота на левой опоре  $\theta_A$ .

Для определения угла поворота необходимо построить единичную эпюру  $\overline{M}_i^{yz}$  от единичного момента.

$$\sum M_A = 0: 1 + R_B \cdot 4 = 0; R_B = \frac{-1}{4};$$

$$\sum M_B = 0: 1 - R_A \cdot 4 = 0; R_A = \frac{1}{4}.$$

Участок 1:  $0 \leq z_1 \leq 4$  м.

$$\overline{M}_1^{yz}(z_1) = R_A \cdot z_1 - 1 = \frac{1}{4} \cdot z_1 - 1,$$

$$\overline{M}_1^{yz}(0) = -1,$$

$$\overline{M}_1^{yz}(4) = 0.$$

Участок 2:  $0 \leq z_2 \leq 2$  м.

$$\overline{M}_2^{yz}(z_2) = 0.$$

$$\theta_A \cdot EI_x^{\partial \delta} = \int_l M_k \cdot \overline{M}_i^{yz} dz = \int_0^4 (45z - 15z^2) \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot z - 1 \right) dz = i \int_0^4 (26,25z^2 - 3,75z^3 - 45z) dz = 560 - 240 - 360 = -240.$$

$$\theta_A = \frac{-40 \kappa H \cdot M^3}{EI_x^{\partial \delta}} = \frac{-40 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 5500 \cdot 10^{-8}} = -0,0036 \text{ рад}.$$

8. Проверка прогиба и угла поворота из пункта 7 приемом Верещагина.

Вычисление прогиба  $\Delta_C$  приемом Верещагина:

$$\Delta_C \cdot E I_x^{\text{дог}} = \left( \frac{q \cdot 2^3}{12} + \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 2 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + \left( \frac{q \cdot 2^3}{12} + \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = 100 \text{ кН} \cdot \text{м}^3;$$

Вычисление угла поворота  $\theta_A$  приемом Верещагина:

$$\theta_A \cdot E I_x^{\text{дог}} = \left( \frac{q \cdot 2^3}{12} + \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 2 \right) \cdot \frac{3}{4} \cdot 1 + \left( \frac{q \cdot 2^3}{12} + \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}^2.$$

Для определения прогиба конца консоли  $\Delta_k$  необходимо построить единичную эпюру  $\bar{M}_i^k$  от единичной силы:

$$\sum M_A = 0: -1 \cdot 6 + R_B \cdot 4 = 0; R_B = \frac{3}{2};$$

$$\sum M_B = 0: -1 \cdot 2 + R_A \cdot 4 = 0; R_A = \frac{1}{2}.$$

Участок 1:  $0 \leq z_1 \leq 4$  м.

$$\bar{M}_1^k(z_1) = -R_A \cdot z_1 = -\frac{1}{2} \cdot z_1,$$

$$\bar{M}_1^k(0) = 0,$$

$$\bar{M}_1^k(4) = -2.$$

Участок 2:  $0 \leq z_2 \leq 2$  м.

$$\bar{M}_2^k(z_2) = -1 \cdot z_2,$$

$$\bar{M}_2^k(0) = 0,$$

$$\bar{M}_2^k(2) = -2.$$

Вспользуемся приемом Верещагина для определения прогиба конца консоли  $\Delta_k$ :

$$\Delta_k \cdot E I_x^{\text{дог}} = \left( \frac{q \cdot 2^3}{12} + \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 2 + \frac{q \cdot 2^3}{12} + \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot 1 \cdot 1 + \left( \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot 1 \cdot 1 = 220 \text{ кН} \cdot \text{м}^3;$$

$$\Delta_k = \frac{220 \text{ кН} \cdot \text{м}^3}{E I_x^{\text{дог}}} = \frac{220 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 5500 \cdot 10^{-8}} = 0,02 \text{ м} = 20 \text{ мм}.$$

9. Проверка балки на жесткость по прогибу.

В середине пролета:

$$[f] = \frac{l}{300};$$

$$l = 4 \text{ м} = 4000 \text{ мм};$$

$$[f] = \frac{4000}{300} = 13,33 \text{ мм}.$$

$\Delta_C = 3,1 \leq 13,33 \text{ мм}$ , условие жесткости выполняется.

Конец консоли:

$$[f_1] = \frac{l_1}{50};$$

$$l_1 = 2 \text{ м} = 2000 \text{ мм};$$

$$[f_1] = \frac{2000}{50} = 40 \text{ мм}.$$

$\Delta_k = 20 \leq 40 \text{ мм}$ , условие жесткости выполняется.